

- 8 POPE, D. A., An exponential method of numerical integration of ordinary differential equations, *Commun. Assoc. Comput. Machin.* **6**, 491–493 (1963).
- 9 MEISTER, G., Über die Integration von Differentialgleichungssystemen 1. Ordnung mit exponentiell angepaßten numerischen Methoden, *Computing* **13**, 327–352 (1974).
- 10 GREENWOOD, R. E., Numerical integration for linear sums of exponential functions, *Ann. Math. Statist.* **20**, 608–611 (1949).
- 11 DEJON, B.; NICKEL, K., A never failing, fast convergent rootfinding algorithm, *Constructive Aspects of the Fundamental Theorem of Algebra*, B. DEJON, P. HENRICI eds., Wiley, N.Y., 1969, pp. 1–35.
- 12 JENKINS, M. A.; TRAUB, J. F., An algorithm for an automatic general polynomial solver, same as for 9., 151–180.

Eingereicht am 31. 10. 1975

Anschrift: Prof. Dr. HERBERT E. SALZER, 941 Washington Avenue, Brooklyn, New York 11225, U.S.A.

BUCHBESPRECHUNGEN

Berg, L., Operatorenrechnung, Band I: Algebraische Methoden, Berlin. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. 1972. 236 S., 40 Abb., M 17,80.

Das Werk von Prof. Dr. LOTHAR BERG „Operatorenrechnung“ besteht aus 2 Bänden: I. Algebraische Methoden und II. Funktionentheoretische Methoden. Der Band II enthält im wesentlichen die Theorie und Anwendung der LAPLACE-Transformation, der Band I alles andere, was mit der Operatorenrechnung verbunden ist. Am Anfang liefert er eine weitgehende Einführung in die abstrakte Algebra. Es werden folgende Begriffe axiomatisch eingeführt: Modul, $\mathcal{A}$ -Modul, unitärer $\mathcal{A}$ -Modul, Doppelmodul, Ring, Teilring, Vektorraum, Homomorphismus, Isomorphismus, Polynomring, Quotientenring, Restklassenring, Integritätsbereich, Operator, regulärer Operator, Projektionsoperator und mehrere andere. Die Operatorgleichungen sowie die Anfangswertprobleme, werden sehr allgemein betrachtet.

Im zweiten Kapitel wird eine spezielle Operatorenrechnung betrachtet, die der Verfasser HEAVISIDE-MIKUSINSKI-Kalkül nennt. In Wirklichkeit begrenzt sich der Verfasser freiwillig auf einen Unterring von Operatoren, die sich nämlich in der Form smf , wobei f eine in $(0, m)$ stetige Funktion und s der Differentialoperator ist, darstellen lassen. Diese Operatoren nennt der Verfasser Distributionen. Sie entsprechen den SCHWARTZschen Distributionen, deren Träger von unten begrenzt ist; sie bilden einen kommutativen Ring in Bezug auf die Faltung als Multiplikation. (Auch allgemeiner „Distributionen“ sind im Buch betrachtet, wo die Rolle von s durch ein anderes Element ersetzt ist).

Verschiedene Anwendungen (zu Differentialgleichungen, elektrischen Netzen, Regelungstheorie und Stabilitätsfragen) sind angegeben. Auch Systeme von Differentialgleichungen samt den entarteten Fällen, wo die Lösbarkeit vom Rang der Matrix abhängt, sind diskutiert und entsprechende physikalische Deutung gegeben.

Im Kapitel III sind Operatorreihen betrachtet, wobei natürlich ein Konvergenzbegriff eingeführt werden muß. In dieser Einzelheit weicht das Buch von rein algebraischen Methoden ab. Der Verfasser betrachtet u. a. die L -Konvergenz, Konvergenz nach dem Träger (wenn der Anfangspunkt des Trägers der Differenz gegen $+\infty$ strebt), H -Konvergenz und H^* -Konvergenz. Alle diese Konvergenzen erweisen sich als Sonderfälle der allgemeinen operatorischen Konvergenz (die in den meisten Büchern eingeführt wird). Der Grund der Einführung von verschiedenen Konvergenzarten war wahrscheinlich die Absicht, den schwierigen TITCHMARSHschen Faltungssatz zu vermeiden. Unter Benutzung der Konvergenzbegriffe greift der Verfasser weitere Probleme auf. Eine Methode der Lösung von Differenzen- und Differential-Differenzengleichungen ist angegeben. Mehrere verschiedene Darstellungen für die Elemente der FIBONACCI-Folge sind hergeleitet. Approximationen von beliebigen stetigen Funktionen durch Treppenfunktionen werden diskutiert. Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten werden allgemein betrachtet und rechnerische Beispiele angegeben. Die Nichtkommutative Operatorenrechnung wird auch eingeführt und Beispiele ihrer Anwendungen gegeben.

Das Kapitel IV enthält verschiedene weitere Verallgemeinerungen, die selten in den Lehrbüchern berücksichtigt sind. Der Verfasser diskutiert u. a. die Operatorenrechnung für zwei Veränderliche und ihre Anwendung zu den partiellen Differentialgleichungen.

Die Auffassung des Buches unterscheidet sich von anderen Lehrbüchern. Man spricht hier über die Operatorenrechnung von einem sehr allgemeinen Standpunkt aus, eine große Menge

von Material wurde verwendet. Die neuesten Ergebnisse von verschiedenen Mathematikern sind dargestellt. Die entsprechende Literatur ist sehr sorgfältig und umfangreich zusammengestellt und umfaßt fast alles, was auf diesem Gebiet geschrieben worden ist (mit Ausnahme natürlich der Werke, die zu dem zweiten Band „Funktionentheoretische Methoden“ besser passen). Das Buch erweist sich als eine nützliche Hilfe für alle, die die Operatorenrechnung studieren oder ihre Kenntnis vertiefen wollen.

Katowice

J. MIKUSINSKI

Arnold, L., Stochastic Differential Equations, Theory and Applications, New York. John Wiley & Sons. 1974. XVI, 228 S., £ 9.50 (engl. Übersetzung des deutschen Originals, R. Oldenbourg 1973).

Das Buch beschäftigt sich in mathematisch strenger Behandlung mit Ito-Differentialgleichungen und gliedert sich in 13 Kapitel: 1. Fundamentals of Probability Theory. 2. MARKOV Processes and Diffusion Processes. 3. WIENER Process and WHITE Noise. 4. Stochastic Integrals. 5. The Stochastic Integral as a Stochastic Process, Stochastic Differentials. 6. Stochastic Differential Equations, Existence and Uniqueness of Solutions. 7. Properties of the Solution of Stochastic Differential Equations. 8. Linear Stochastic Differential Equations. 9. The Solutions of Stochastic Differential Equations as MARKOV and Diffusion Processes. 10. Questions of Modeling and Approximation. 11. Stability of Stochastic Dynamic Systems. 12. Optimal Filtering of a Disturbed Signal. 13. Optimal Control of Stochastic Dynamic Systems.

Es handelt sich um eine Übersetzung des deutschen Originals. Dabei hätte man in die Liste der Bezeichnungen und Abkürzungen auch das für das Ende eines Beweises benutzte, geänderte Symbol aufnehmen sollen. — Im Klappentext heißt es, das Buch sei für Mathematiker, Physiker, Ingenieure, Ökonomen und alle angelegt, die an stochastischen dynamischen Systemen interessiert seien. Dazu ist zu sagen: Das Buch ist an Anwendungen interessiert, stellt aber beträchtliche Ansprüche an die mathematische Vorbildung des Lesers; die in den Ingenieurwissenschaften üblichen Kursvorlesungen dürften jedenfalls nicht ausreichen, entgegen der im Vorwort geäußerten Ansicht. Der Umfang des eingesetzten mathematischen Apparates liegt jedoch in der Natur der Thematik begründet, nicht etwa in mangelndem Bemühen um Minimierung; man möchte sagen, das Buch könnte kaum einfacher geschrieben sein, obwohl es nicht einfach ist. Dafür besticht es durch seine Klarheit; im Eingangskapitel werden die aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung benutzten Begriffe zusammengestellt; zur Entlastung der Darstellung wird wegen mancher weniger instruktiver Beweise auf die Literatur verwiesen; erst recht gibt es sehr viele wertvolle konkrete Hinweise auf Ergänzungen oder Verallgemeinerungen; zahlreiche Beispiele und Anmerkungen illustrieren das Gesagte.

Berlin

W. HEINRICH

Erdős, P. / Spencer, J., Probabilistic Methods in Combinatorics. Budapest. Akadémiai Kiadó. 1974. 106 S., Preis geb. Ft. 70, —.

Kombinatorische Fragen treten im Zusammenhang mit den verschiedensten mathematischen Überlegungen auf, vielfach als Teilprobleme; ihre Lösung ist bekanntermaßen bisweilen sehr kompliziert. Im vorliegenden Büchlein wird von berufener Seite

dargelegt, daß sich wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtungsweisen als eine allgemeine Methodik zur Lösung kombinatorischer Probleme empfehlen. Hierbei spielt die Binomialverteilung die wesentliche Rolle. Ein Wesenszug dieses Vorgehens besteht darin, daß interessierende Zielgrößen nicht explizit konstruiert zu werden brauchen, sondern es genügt, deren Existenz mit positiver Wahrscheinlichkeit nachzuweisen. Dies wird an einer Fülle konkreter Beispiele demonstriert, formuliert z. B. mittels Graphen, Packungen bzw. Überdeckungen und vor allem auch Turnierspielen. Vom Leser wird ein sehr aktives Mitdenken verlangt, zumal die Überlegungen nicht immer im Detail ausgeführt sind. Die Kenntnisnahme der am Anfang des Buches definierten Symbole und Benennungen ist unbedingt erforderlich für das Verständnis alles folgenden. Eine wichtige Bedeutung haben die zahlreichen Übungsaufgaben unterschiedlichster und zum Teil höchster Schwierigkeitsgrade, enthalten sind auch ungelöste Probleme. Alles in allem handelt es sich um ein bemerkenswertes Buch, niveauvoll im mathematischen Gehalt, interessant in den Beispielen, anregend zur Forschung, voller esprit in den Formulierungen und auch in materieller Hinsicht lockend: für die Lösung einiger Probleme sind Preise offeriert, in unterschiedlicher Höhe, maximal immerhin \$ 300.

Dresden

P. H. MÜLLER

Miller, K. S., *Complex Stochastic Processes: An Introduction to Theory and Application*, Massachusetts. Addison-Wesley / W. A. Benjamin, Inc. 1974. VII, 238 S., US \$ 9.50.

Das Buch behandelt in der ersten Hälfte Grundlagen (Mengen, Wahrscheinlichkeitsräume, die verschiedenen Konvergenzbegriffe für Zufallsvariable; Stetigkeit, Differenzierbarkeit; komplexe GAUSSsche Prozesse; Stochastische Integrale), die zweite Hälfte ist ausgewählten Anwendungen gewidmet (lineare Differentialgleichungen mit stochastischer Störfunktion; Parameterschätzung bei speziellen komplexen GAUSSschen Prozessen, welche sich als deterministisches plus stochastisches Signal bei zusätzlichem Rauschen interpretieren lassen; Schätzung der Spektralmomente von im weiteren Sinne stationären komplexen stochastischen Prozessen; Fragen des Testens von Hypothesen; Fragen der komplexen Theorie der kleinsten Quadrate im linearen Fall). Der Wert des Werkes liegt jedoch weniger in der Auswahl des Stoffes als vielmehr in der Art seiner Darbietung: Ziel des Buches ist eine elementare, aber exakte Darstellung. Es wendet sich vor allem an Interessenten, die schon über eine gewisse „naive“ Vertrautheit mit der Theorie der Zufallsprozesse verfügen und nach einem präzisen Fundament suchen. Dieses wird hier geboten.

Berlin

W. HEINRICH

Piebler, J. / Zschiesche, H.-U., *Simulationsmethoden*, Leipzig. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft. 1976. 59 S., M 3,50. (MINÖL 20).

Mit der Entwicklung der elektronischen Datenverarbeitung hat auch die Simulationsmethodik für die numerische Lösung verschiedenartiger Probleme erheblich an Bedeutung zugenommen. Die Ausführungen des vorliegenden Buches sind speziell der Digitalsimulation gewidmet, wobei sowohl die deterministischen als auch die stochastischen Aspekte dieser Simulationstechnik berücksichtigt werden. Nach einleitenden Bemerkungen über Anwendungsmöglichkeiten und Effektivität von Simulationsmethoden sowie der algorithmischen Erzeugung von Pseudozufallszahlen und zufälligen Reihenfolgen wird auf die numerische Integration mit der Monte-Carlo-Methode eingegangen. Im Anschluß daran wird die Auflösung linearer und nichtlinearer Gleichungssysteme ebenfalls mit dieser Methode behandelt. Für die Lösung gewisser Randwertprobleme partieller Differenzialgleichungen ist die Monte-Carlo-Methode mit Irrfahrten auf kubischen Gittern anwendbar. Als numerische Beispiele werden Lösungen des Dirichletschen Problems der LAPLACE-Gleichung und des Anfangsrandwertproblems der Wärmeleitungsgleichung angegeben. Allerdings hätte in diesem Zusammenhang auch auf die Anwendung der stetigen Monte-Carlo-Methode hingewiesen werden können, wobei der Übergang zum kubischen Gitter nicht mehr erforderlich ist, und oft eine höhere numerische Effektivität erzielt wird. In einem weiteren Abschnitt wird die approximative Lösung von Eigenwertproblemen gewisser Operatorgleichungen durch Zurückführung

auf stochastische Prozesse erläutert. Neben naturwissenschaftlichen und technischen Anwendungen der Digitalsimulation mit Beispielen aus der Kerntechnik und Informationsübertragung weisen die Autoren auf einen rationalen Einsatz in der Operationsforschung hin, wobei speziell Reihenfolgeprobleme, Probleme der Ablaufplanung, Massenbedienung, Lagerhaltung und der ganzzahligen Optimierung diskutiert werden. Für den praxisorientierten Leser liefert das Buch eine nützliche Einführung in die Digitalsimulation und unter Benutzung der Literaturhinweise auch Anregungen zur Bearbeitung weiterer Probleme.

Halle

E. SCHINCKE

Herschel, R., *Einführung in die Theorie der Automaten, Sprachen und Algorithmen*. München-Wien. R. Oldenbourg Verlag. 1974. 226 S., 152 Abb., DM 29,-.

Der Verfasser hat sich ausdrücklich das Ziel gestellt, eine Einführung in wichtige mathematische Grundlagen der Informatik für interessierte Nichtfachleute, z. B. Praktiker der Programmierung, zu geben. Dementsprechend sind die Anforderungen an die mathematischen Vorkenntnisse gering (die erforderlichen Begriffe sind am Ende zusammengestellt), jedoch die an eine gewisse Vertrautheit mit dem algorithmischen Denken höher, z. B. werden Grundkenntnisse der Sprache ALGOL 60 vorausgesetzt. Dem Charakter einer Einführung angepaßt sind alle Definitionen gut motiviert, kompliziertere Beweise werden nur skizziert oder weggelassen, wobei dann auf weiterführende Literatur verwiesen wird.

Im ersten Teil werden Automaten behandelt, endliche Automaten mit und ohne Ausgabe, die Probleme Äquivalenz, Minimierung und logischer Entwurf von Automaten, Kellerautomaten und ihre Anwendung zur Berechnung arithmetischer Ausdrücke, Turingmaschinen und das Halteproblem, linear beschränkte Automaten. Der zweite Teil behandelt formale Sprachen, reguläre Sprachen, Satzgliederungs-(CHOMSKY-)sprachen der verschiedenen Typen, Syntaxanalyse. Im dritten Teil werden Algorithmen betrachtet, die historische Entwicklung dieses Begriffes, Normalalgorithmen nach MARKOW, rekursive Funktionen (durch Gleichungssysteme definiert), Turing-Berechenbarkeit. Die ersten beiden Teile sind stark aufeinander bezogen, der dritte ist relativ selbständig. In jedem Kapitel sind viele Übungsaufgaben gestellt, deren Lösungen das Buch auch enthält. In den Stoff wird nicht sehr tief eingedrungen, aber die behandelten Themen sind sehr gut lesbar dargestellt und durch viele Beispiele wirkungsvoll illustriert. Damit entspricht das Buch in hervorragender Weise dem o. g. Ziel des Autors.

Berlin

W. ISSEL

Böhling, K. H. / v. Braunmühl, B., *Komplexität bei Turingmaschinen*, Zürich. B. I. Wissenschaftsverlag. 1974. 316 S., DM 19,-. (Reihe: Informatik, Band 14)

Seit gut 10 Jahren bilden Komplexitätsuntersuchungen ein wesentliches Teilgebiet der Rekursionstheorie. Als Modell werden dabei meistens die Turingmaschinen verwendet. Das vorliegende Bändchen, das aus Vorlesungen seiner Autoren im Wintersemester 1968/69 hervorgegangen ist, gibt eine Einführung in dieses Gebiet.

In den Kapiteln 1 und 2 werden zunächst die wichtigsten Typen von uneingeschränkten und eingeschränkten "Turing"-Maschinen vorgestellt (determinierte und nichtdeterminierte Mehrband-Mehrkopf-Maschinen, Pushdown-Automaten, endliche Automaten) und ihre Leistungsfähigkeit in der Spracherkennung bei uneingeschränkter Arbeitsweise verglichen. Insbesondere werden die Sprachklassen der CHOMSKY-Hierarchie eingeordnet. Die folgenden Kapitel behandeln der Reihe nach die Akzeptierung von Sprachen bei gegebener Zeit-, Band- und Umkehr-Komplexität. Im Mittelpunkt stehen dabei die Speed-up-, die Tape-reduction- und Hierarchie-Theoreme.

Es ist zweifelsohne nicht möglich, in einem einführenden Buch vom Umfang des vorliegenden alle Aspekte der Komplexitätstheorie erschöpfend darzulegen. Es muß hervorgehoben werden, daß die Autoren die zum Teil recht diffizilen Fragestellungen des Vergleichs der Berechnungskompliziertheit bei den unterschiedlichsten Varianten von Turingmaschinen — jedenfalls was die Sprachakzeptierung betrifft (die Generierung von Funktionen und Sprachen durch Maschinen wird nicht behandelt) — gut herausgearbeitet haben. Jedoch hätte nach Meinung des Referenten daneben das weite Gebiet der Beschrei-